

法政大学学術機関リポジトリ
HOSEI UNIVERSITY REPOSITORY

Chua型モデルに基づく磁気ヒステリシス特性を考慮した有限要素法磁界解析に関する研究

著者	宮田 海志
出版者	法政大学大学院理工学研究科
雑誌名	法政大学大学院紀要．理工学・工学研究科編
巻	59
ページ	1-5
発行年	2018-03-31
URL	http://doi.org/10.15002/00021576

Chua 型モデルに基づく磁気ヒステリシス特性を 考慮した有限要素法磁界解析に関する研究

STUDY ON FINITE ELEMENT METHOD MAGNETIC FIELD ANALYSIS
WITH MAGNETIC HYSTERESIS BASED ON CHUA TYPE MODEL

宮田 海志

Kaiji MIYATA

指導教員 岡本 吉史

法政大学大学院理工学研究科電気電子工学専攻修士課程

Because many electric devices using magnetic materials are developed today, it is important to evaluate its magnetization characteristics accurately. In this paper, we aim to calculate finite element method with summation of harmonics. One of the important ideas in hysteresis-based magnetic field calculation is based on the harmonic balance approach. A magnetization characteristic is reconstructed by Chua type model which parameters are identified uniquely by harmonic balance approach. The finite element method magnetic field analysis with magnetic hysteresis based on Chua type model with these parameters is investigated.

Key Words : Chua type model, Harmonic balance approach, Skin effect

1. まえがき

磁性体の特性を積極的に利用した電気機器が多く利用される現代社会において、その鉄損を評価することは、高効率電気機器を設計する上で重要となる。また、数値解析を援用した鉄損推定精度を向上するためには、磁性体を持つ磁気飽和現象や、磁気ヒステリシス現象などの磁気非線形現象を実装することが不可欠となる。しかし、Newton-Raphson 法などの非線形反復計算手法における収束特性は解析する問題に依存するため、非線形計算が収束しないなどの問題が生じることも多くある。非線形収束特性の向上には直線探索^[1]などの手法が考案されているが、何れも非線形収束を保証するものではない。本稿では、調和平衡法を有限要素法に適用し、非線形反復計算を行うことなく磁気飽和や磁気ヒステリシス現象をモデリングする手法を開発、検討したので報告する。

成方程式は (1) 式で表される。

$$\begin{aligned} H &= H_{dc} + H_{ac} \\ &= \nu_{dc} B + \nu_{ac} \dot{B} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 ν_{dc} と ν_{ac} は便宜上、それぞれ磁気抵抗率の直流・交流成分とする。また、 \dot{B} は磁束密度 B の時間微分を表す。

(2) 調和平衡法のアプローチ

調和平衡法は交流強制項を含む非線形回路の周期解を求めるための有力な手法として広く用いられている。本稿では、調和平衡法のアプローチから Chua 型モデルのパラメータを決定する方法について述べる。Chua 型モデルの構成方程式をフーリエ級数で表すと以下ようになる。

$$\sum_{n=1}^N \{H^{(2n-1)}\} = \sum_{n=1}^N \left\{ \nu_{dc}^{(2n-1)} B^{(2n-1)} + \nu_{ac}^{(2n-1)} \dot{B}^{(2n-1)} \right\} \quad (2)$$

2. 調和平衡法のアプローチによる Chua 型モデルのパラメータ同定方法

(1) Chua 型磁化特性モデル

Chua 型磁化特性モデル^[2] (Chua 型モデル) は磁気ヒステリシス現象を模擬するモデルである。Chua 型モデルの構

$$B(t) = \sum_{n=1}^N [a_{2n-1} \cos\{(2n-1)\omega t\} + b_{2n-1} \sin\{(2n-1)\omega t\}] \quad (3)$$

$$H(t) = \sum_{n=1}^N [c_{2n-1} \cos\{(2n-1)\omega t\} + d_{2n-1} \sin\{(2n-1)\omega t\}] \quad (4)$$

ここで、 n と N は高調波次数と最大高調波次数を表し、 a_{2n-1} 、 b_{2n-1} は測定した磁束密度 B から得られる奇数次高調波におけるフーリエ係数である。また、 c_{2n-1} 、 d_{2n-1} はそれぞれ測定した磁界 H から得られる奇数次高調波におけるフーリエ係数を表す。奇数次高調波 k の場合において、(1) 式の両辺に B を掛けて 1 周期積分すると、

$$\int_0^T B^{(k)} H^{(k)} dt = v_{dc}^{(k)} \int_0^T B^{(k)} B^{(k)} dt + v_{ac}^{(k)} \int_0^T B^{(k)} \dot{B}^{(k)} dt \quad (5)$$

となる。また、(1) 式の両辺に \dot{B} を掛けて 1 周期積分すると、

$$\int_0^T \dot{B}^{(k)} H^{(k)} dt = v_{dc}^{(k)} \int_0^T \dot{B}^{(k)} B^{(k)} dt + v_{ac}^{(k)} \int_0^T \dot{B}^{(k)} \dot{B}^{(k)} dt \quad (6)$$

となり (5)、(6) 式を計算すると (7) 式の線形方程式が導かれる。

$$\begin{bmatrix} a_k c_k + b_k d_k \\ b_k c_k - a_k d_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_k^2 + b_k^2 & 0 \\ 0 & k\omega(a_k^2 + b_k^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{dc}^{(k)} \\ v_{ac}^{(k)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

(7) 式を解けば、以下のようにパラメータを決定できる。

$$v_{dc}^{(k)} = \frac{a_k c_k + b_k d_k}{a_k^2 + b_k^2} \quad (8)$$

$$v_{ac}^{(k)} = \frac{b_k c_k - a_k d_k}{k\omega(a_k^2 + b_k^2)} \quad (9)$$

これを高調波毎にそれぞれ計算すれば、調和平衡法のアプローチによって高調波毎に Chua 型モデルのパラメータを決定できる。

3. 調和平衡法を適用した周波数領域有限要素法

Maxwell 方程式へ Chua 型モデルを適用すると、

$$\nabla \times \nabla \times (\nu_{dc} \mathbf{B} + \nu_{ac} \dot{\mathbf{B}}) = \sigma \nabla \times \dot{\mathbf{B}} \quad (10)$$

となる。ここで σ は導電率である。(10) 式に Galerkin 法を適用し、2 次元場における有限要素法弱形式を求めると

以下のように書ける。

$$G_{dc_i} = \iint_{\Omega_{all}} \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\nu_{dc} \frac{\partial B_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\nu_{dc} \frac{\partial B_z}{\partial y} \right) dS = 0 \quad (11)$$

$$G_{ac_i} = \iint_{\Omega_{all}} \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\nu_{ac} \frac{\partial \dot{B}_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\nu_{ac} \frac{\partial \dot{B}_z}{\partial y} \right) dS - \sigma \iint_{\Omega_{all}} N_i \dot{B}_z dS = 0 \quad (12)$$

$$G_i = G_{dc_i} + G_{ac_i} \quad (13)$$

ここで、 G_{dc} 、 G_{ac} はそれぞれ残差方程式の直流成分と交流成分とした。 i は要素節点番号、 N_i は節点 i における補間関数である。調和平衡法を有限要素法に適用する場合、磁束密度 B は各高調波において正弦波状に変化するため、周波数領域有限要素法として扱うことが可能である。(11)、

(12) 式を周波数領域に拡張し、調和平衡法を適用する。ここでは奇数次高調波 k における弱形式 (14)、(15) 式を示す。

$$G_{dc_i}^{(k)} = \iint_{\Omega_{all}} \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\nu_{dc}^{(k)} \frac{\partial \hat{B}_z^{(k)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\nu_{dc}^{(k)} \frac{\partial \hat{B}_z^{(k)}}{\partial y} \right) dS = 0 \quad (14)$$

$$G_{ac_i}^{(k)} = jk\omega \left\{ \iint_{\Omega_{all}} \frac{\partial N_i}{\partial x} \left(\nu_{ac}^{(k)} \frac{\partial \hat{B}_z^{(k)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial N_i}{\partial y} \left(\nu_{ac}^{(k)} \frac{\partial \hat{B}_z^{(k)}}{\partial y} \right) dS \right\} - jk\omega \sigma \iint_{\Omega_{all}} N_i \hat{B}_z^{(k)} dS = 0 \quad (15)$$

$$\therefore \hat{B}_z^{(k)} = B_z e^{jk\omega t} \quad (16)$$

ここで、 $\nu_{dc}^{(k)}$ 、 $\nu_{ac}^{(k)}$ は調和平衡法のアプローチより求めた高調波毎のパラメータを用いる。高調波毎にパラメータは定数として定まるため、非線形計算を行う必要はない。

(14)、(15) 式を高調波毎に解くことで各高調波における磁束密度 B が計算でき、それらの解を足し合わせることで非線形解を得ることが可能である。

4. 解析結果

(1) 解析モデルと計算条件

本手法の検証用モデルとして、図 1 のモデルを用いた表皮効果問題を解析した。解析モデルの諸元を表 1 に示す。Point A は磁束を観測する要素を表し、また、Plot line は深さ方向における物理量変化の計測指標となる軸を示す。境界条件は、 $y=0.2$ の座標にある節点に (17) 式に示す磁束密度を時間ステップ毎に変化させて与える。ここで、 a_{2n-1} 、 b_{2n-1} は磁束密度 B から決定したフーリエ係数である。

$$B_i^{(2n-1)} = \sum_{n=1}^N \sqrt{a_{2n-1}^2 + b_{2n-1}^2} e^{j((2n-1)\omega t - \phi_{2n-1})} \quad (17)$$

$$\phi_{2n-1} = \tan^{-1} \left(\frac{b_{2n-1}}{a_{2n-1}} \right) \quad (18)$$

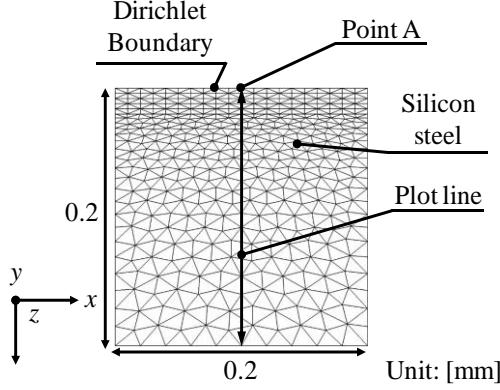
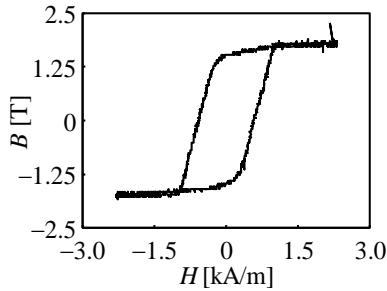
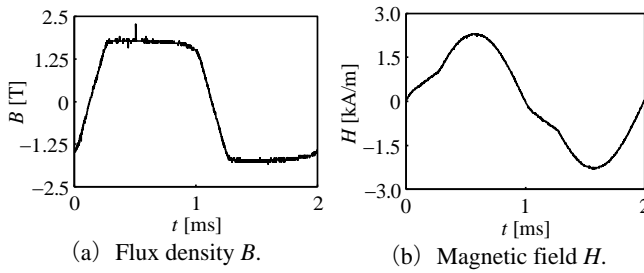


Fig. 1. Analysis model.

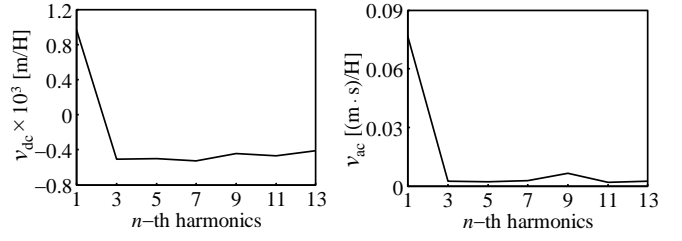
TABLE I SPECIFICATION OF ANALYSIS MODEL

Analysis model	NoN	NoE	DoF	Δt [ms]	linear solver	ε_{CG}
Skin effect	446	810	425	0.02	SGS-COCG	10^{-6}

次にパラメータの同定に用いた測定波形を図 2 に示す。測定波形は無方向性珪素鋼板を用いて測定を行った。また、これらの測定波形から同定した Chua 型モデルのパラメータを図 3 に示す。 v_{dc} , v_{ac} ともに基本波成分が最も大きい値を取ることがわかる。また、第 3 高調波以降の v_{dc} が負の値を取っているが、これは本来鉄損となるべき磁気エネルギーの一部が系に回生することを表しているものと考えられる。 [3]



(c) Hysteresis loop.
Fig. 2. Measured data.



(a) v_{dc} for each harmonics. (b) v_{ac} for each harmonics.
Fig. 3. Parameters identified from Harmonic balance approach.

(2) 解析結果

a) 基本波成分

基本波解析で得られた Point A における磁束密度 B と境界 H を示し、Plot line での B と H の時空間分布を示す。基本波解析のため、 B と H は正弦波状に変化するため、ヒステリシスループは楕円形を呈することがわかる。図 (e), (f) では、渦電流の影響により導体内部まで磁界が浸透していないことが確認できる。

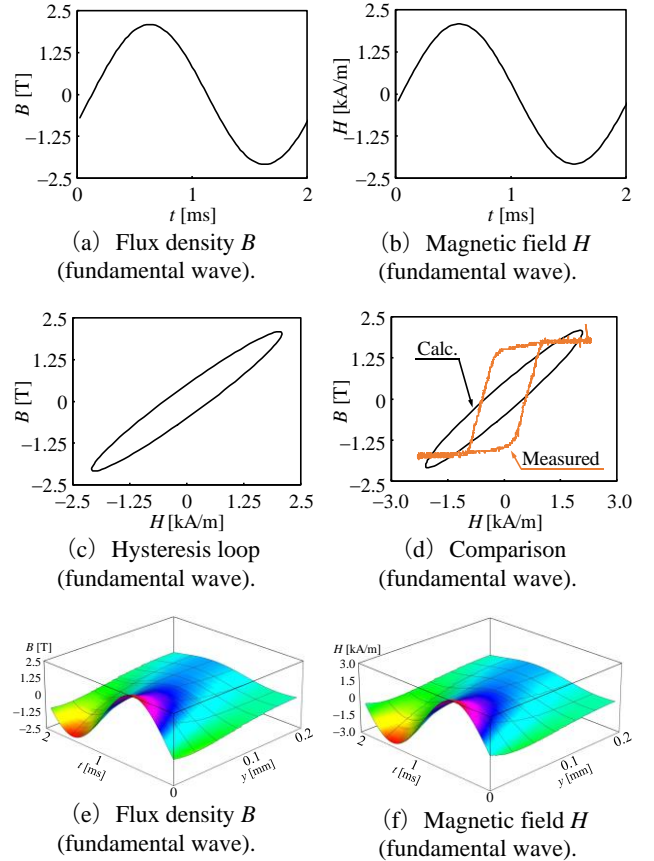
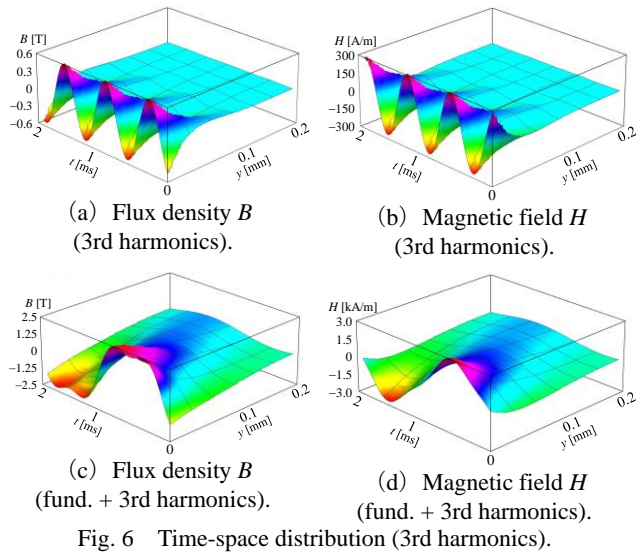
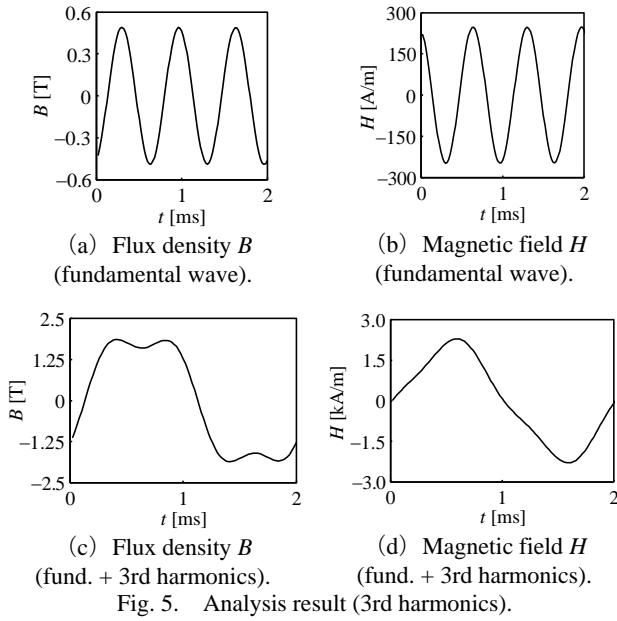


Fig. 4. Analysis result (fundamental).

b) 第 3 高調波成分

次に、第 3 高調波における解析結果を図 5 に示す。第 3 高調波解析で得られた解を基本波解析で得られた解に足し合わせることで、歪み波形が生じる。また、図 6 に示す B と H の時空間分布では、第 3 高調波の表皮深さが小さくなるため、導体表面に磁束分布が集中していることがわかる。基本波解析で得られた分布に第 3 高調波解析での結果を足し合わせた場合も磁性体表面の波形だけが歪み、内部

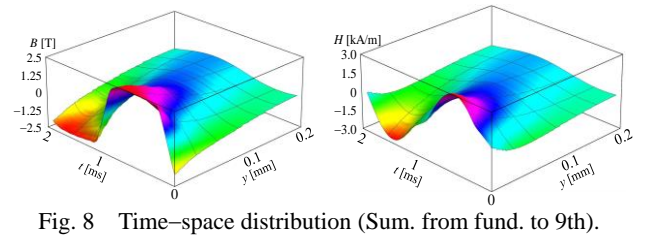
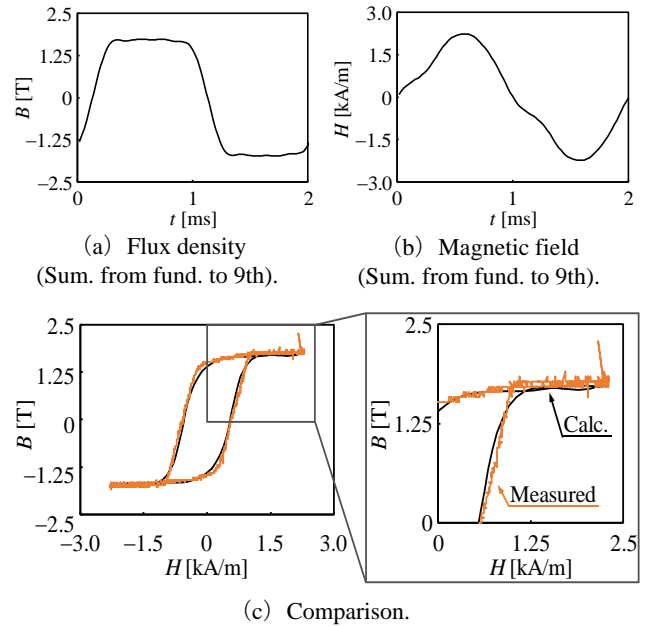
の波形は歪まないことが確認できる。



c) 第9高調波成分

第3, 5, 7, 9高調波を基本波解析で得られた解に足し合わせた結果を図7に示す。磁界、磁束密度波形が実測波形と良好に一致することがわかる。また、図8に示す時空間分布では磁性体表面の波形が測定波形とよく一致していることが確認できる。第9高調波まで足し合わせた場合も導体内部の分布に大きな変化が見られない。このことから、内部に浸透するのは基本波成分が主であると考えられる。

これらの結果より、調波成分を足し合わせることで磁気飽和や磁気ヒステリシス現象などの非線形現象をモデリング可能であることが確認できる。



また、図9には磁気ヒステリシスループの空間分布を示す。観測する要素群は磁性体表面から深さ方向へ0.05 mm 間隔にある4要素を選択した。

磁性体表面で観測できるヒステリシスループは、実測したヒステリシスループとよく一致していることがわかる。また、導体内部に進むにつれてループの形状が歪み、0.15 mm 地点では楕円ループを描くことが確認できる。これは図4で示した基本波におけるループと形状が似ていることから導体内部では基本波成分が支配的であると考えられる。

d) 高調波近似次数と鉄損計算精度の関係

表2に高調波近似次数毎の鉄損計算値を示す。基本波解析のみを考慮した場合においても実測値との鉄損計算誤差率が5%程度となり、良好な計算精度を得られることがわかる。さらに近似次数を高めることで鉄損の誤差率は小さくなるが、5次近似以降は鉄損誤差率に大きな改善は見られない。よって、概ね第9次高調波まで計算を行えば十分な鉄損計算精度を得られると考えられる。また、測定値との誤差が5%程度生じているが、これは測定波形に高次高調波成分であるノイズが多くみられることが原因であると考えられる。

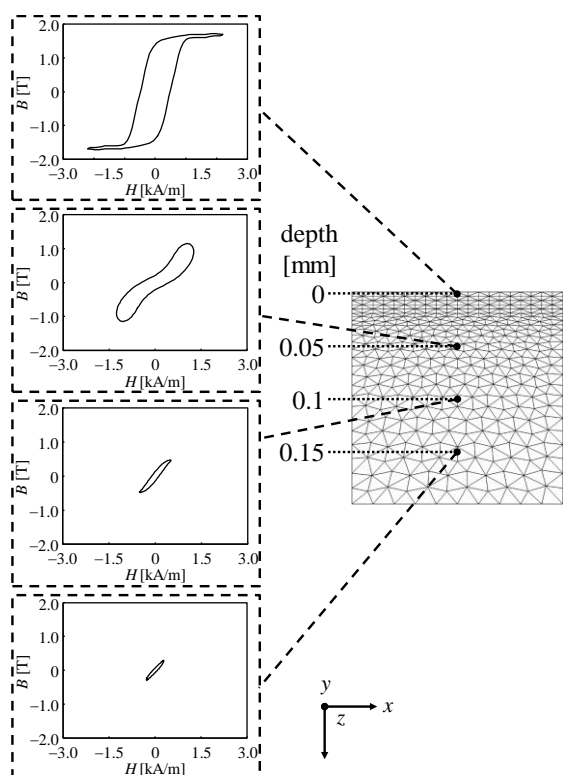


Fig. 9 Distribution of hysteresis loop (Sum. from fund. to 9th).

TABLE II IRON LOSS FOR EACH APPROXIMATION ORDER

Approx. Order	Harmonics	B_{\max} [T]	Iron Loss [W/kg]	Error [%]
1	1st	2.09	215.00	5.36
2	1st + 3rd	1.86	216.47	4.71
3	1st + 3rd + 5th	1.76	216.62	4.64
4	1st + 3rd ~ 7th	1.73	216.72	4.60
5	1st + 3rd ~ 9th	1.74	216.75	4.59
6	1st + 3rd ~ 11th	1.74	216.73	4.60
7	1st + 3rd ~ 13th	1.73	216.83	4.55
Measured		1.78	227.17	

謝辞

本稿で検討した Chua 型モデルについて、細やかなご指導を頂いた法政大学 齊藤兆古 名誉教授へ謝意を表する。

参考文献

- [1] Y. Okamoto, et al., *COMPEL*, Vol. 34, Issue: 5, pp. 1537 - 1552 (2015).
- [2] Y. Saito, "Three dimensional analysis of magnetodynamic fields in electromagnetic devices taken into account the dynamic hysteresis loops", *IEEE Trans. Magn.*, Vol. MAG-18, No.2, pp. 546 - 551 (1982).
- [3] 松尾佳祐, 遠藤久, 齊藤兆古: 「鉄共振現象に関する考察」, 日本 AEM 学会誌, Vol. 17, No. 2, pp. 337 - 341 (2009).